

Analisi e confronto delle prove di valutazione esterna per la scuola media incrociate tra Canton Ticino e Italia

Giorgio Bolondi¹, Roberta Censi² e Silvia Sbaragli³

Pubblicato in: Bolondi, G., Censi R., & Sbaragli S. (2013). Analisi e confronto delle prove di valutazione esterna per la scuola media incrociate tra Canton Ticino e Italia. *Bollettino dei docenti di matematica*. 67, 55-82. ISBN 978-88-86486-89-7.

This article is about some studies conducted in Ticino and Italy on proficiency testing system aimed at school: the Swiss 'Prove Cantionali' and the Italian 'Prove Invalsi' arranged in a crosswise giving. In particular, we analyze the differences and similarities of students' results on these tests, taking into account the differences of the two education systems.

1. Introduzione

Nel periodo compreso tra i mesi di febbraio e maggio 2012, come progetto di tesi all'estero e grazie all'appoggio del Dipartimento Formazione e Apprendimento della Svizzera italiana (DFA-SUPSI) di Locarno e dell'Ufficio per l'Insegnamento Medio di Bellinzona, è nata l'idea di confrontare le prove di valutazione esterna del Canton Ticino e dell'Italia. I due paesi adottano infatti, in modo indipendente, due differenti metodi e tipologie di controllo del «successo scolastico»: le Prove Cantionali e le Prove Invalsi. L'obiettivo dei test è analogo, ossia indagare i contenuti, i processi cognitivi e le competenze apprese dagli studenti, mentre le metodologie utilizzate affinché lo studente raggiunga tali traguardi e soprattutto gli strumenti per verificarli sono diversi.

In questa ricerca è stata effettuata una *somministrazione incrociata* dei testi della Prova Nazionale Invalsi e della Prova Cantonale (la Prova Cantonale è stata affrontata dagli studenti italiani, la Prova Invalsi dagli studenti ticinesi), mentre l'*oggetto di indagine* sono stati i contenuti, i processi cognitivi e le competenze che lo studente ha acquisito al termine di alcuni anni del segmento medio, le classi seconda e terza. In questo modo si è cercato di individuare ambiti di eccellenza o di difficoltà sui quali trarre spunti di riflessione utili per la didattica.

Si sono inoltre studiati gli effetti della somministrazione delle due *prove valutative di tipo esterno* cercando di notare se, nella struttura dei testi, nella preparazione, nella somministrazione e nei risultati, ci fossero analogie o differenze, così da poterle analizzare per capire con che peso questo tipo di test entra a far parte della vita di classe degli studenti e del docente. A questo scopo sono stati somministrati dei questionari agli insegnanti ticinesi e italiani per capire come le prove vengono preparate, affrontate e sfruttate all'interno delle classi. Si è inoltre scelto di indagare come i test vengono considerati dai docenti, se vengono vissuti come intromissioni della pratica d'insegnamento o se gli insegnanti sono consapevoli dell'importanza e degli scopi che oggi hanno assunto i test valutativi di tipo esterno nazionali e internazionali per regolare il sistema di istruzione degli stati.

¹ Professore ordinario Dipartimento di Matematica, Università di Bologna.

² Laureata in Matematica e abilitata all'insegnamento, Università di Bologna.

³ Docente-ricercatore Dipartimento Formazione e Apprendimento (DFA)-SUPSI di Locarno.

2. Quadro teorico

2.1 La valutazione in ambito educativo

Il verbo valutare e il sostantivo valutazione, secondo quanto riporta Pianigiani (2002), hanno radice latina. Entrambi derivano dalla parola latina *valūtus*, che significa aver prezzo, dare un prezzo, stimare, aver in considerazione o tenerne conto in proporzione al valore che si stima.

Dunque, così come sostiene Domenici (2007): *«si valuta quando si dà valore, si dà importanza a un oggetto, a un soggetto, a un processo, a un contenuto o, in generale, a una situazione»*. Non è quindi possibile essere d'accordo con chi sostiene che «valutare è dare un voto», perché valutare è molto di più. Vertecchi (1995) riesce a rendere la complessità dell'atto del valutare nella definizione proposta di docimologia: *«la docimologia è quella scienza che ha per oggetto tutto ciò che è connesso alla misurazione e alla valutazione in ambito educativo, dunque non solo tradizionali tecniche di accertamento della conoscenza, ma anche ogni implicazione affettiva a esse collegata»*.

In ambito educativo la valutazione interessa tanti contesti (Domenici, 2007): «il sistema (ossia il sistema di istruzione nel suo complesso), i vari segmenti scolastici (scuola primaria, secondaria di primo e secondo grado, ...), le singole unità operative (scuole e istituti), l'ambiente di classe, il lavoro del docente svolto in classe, quello dell'allievo e il curricolo».

Le Prove Cantonali e le Prove Invalsi si collocano trasversalmente all'interno di tutte queste considerazioni perché sono test allo stesso tempo di *sistema, esterni, valutativi e criteriali*. Tali tipi di test sono la risorsa fondamentale per il sistema di istruzione degli Stati perché, come suggerisce Fandiño Pinilla (2002), *«sostengono un aggiornamento continuo delle istituzioni e dei docenti sugli ultimi risultati della ricerca favorendo la nascita di nuovi strumenti che consentono all'insegnante:*

- *di conoscere meglio lo studente;*
- *di mettere sotto analisi la propria trasposizione didattica, ossia quel processo creativo e complesso che il docente mette in atto agendo sul sapere accademico per trasformarlo in un sapere da insegnare adatto all'allievo;*
- *di affrontare in modo preparato un'analisi a priori e a posteriori dell'ingegneria didattica utilizzata, cioè di quell'insieme di azioni didattiche da lui organizzate per favorire un particolare apprendimento per la classe e la successiva valutazione;*
- *di valutare costantemente i curricula e le differenze che intercorrono tra gli obiettivi (ciò che volevamo ottenere) e i risultati (ciò che abbiamo ottenuto), cioè tra curriculum intended e curriculum implemented»*.

2.2 Valutazione di sistema, esterna, valutativa e criteriale

Data la complessità del valutare, può essere opportuno identificare la valutazione in oggetto secondo le sue caratteristiche, in questo caso esterna, valutativa, criteriale e di sistema.

Il sociologo Vergani (2002) illustra molto chiaramente come cambia il fine e il significato del valutare se a questa parola vengono associati rispettivamente i termini sopra elencati: *«Con valutazione 'di sistema' si intende generalmente l'insieme delle attività che permettono di formulare una valutazione complessiva sul funzionamento di un sistema formativo. La valutazione di sistema si configura quindi come una valutazione di sintesi costituita da tre momenti fondamentali:*

- *una documentazione;*
- *dati provenienti da osservazioni esterne;*
- *comparazioni con altre esperienze.*

Importante è ricordare che la valutazione di sistema non è mai da intendere come giudizio finale, ma piuttosto come un monitoraggio continuo con l'obiettivo di promuovere».

Riprendendo le parole di Vergani (2002), le prove esterne non vengono effettuate dall'istituzione scolastica e formativa tra i suoi componenti, ma:

- *«chi valuta è esterno, al di sopra delle parti e neutrale alla scuola esaminata;*
- *le motivazioni e i meccanismi attivati sono diversi da quelli che si attiverrebbero con la valutazione di tipo interno;*
- *le metodologie utilizzate, i processi di verifica e il modo di condurre le prove sono differenti da quelli di tipo interno».*

Si è sentito il bisogno di valutazioni di tipo esterno in quanto c'era e c'è la necessità di capire se il sistema d'istruzione, così come è stato pensato e viene attuato, può considerarsi ben funzionante, dunque se gli obiettivi prefissati con gli strumenti impiegati vengono o meno raggiunti. Vergani (2002) individua tre tipi di cause che possono aver contribuito alla nascita della valutazione esterna: formali, sostanziali e simboliche: *«Sono formali, ad esempio, quelle cause che muovono le valutazioni nazionali dell'Invalsi, regolate da leggi, norme e decreti. Si parla invece di cause sostanziali e simboliche quando accade che le singole istituzioni scolastiche sentono la necessità di valutazioni esterne per evitare di cadere nell'autoreferenzialità e per rispondere al bisogno di una valutazione neutrale e obiettiva da parte di persone non emotivamente coinvolte».*

Una prova di sistema inoltre perché sia affidabile deve essere costruita in modo che sia assicurata l'oggettività, la pertinenza, l'efficacia e l'efficienza.

La valutazione *valutativa* è quella della scuola che si autovaluta, quella che le permette di effettuare un bilancio confrontando la qualità dell'istruzione fornita nell'anno corrente con i precedenti e di garantire agli studenti una formazione continua. In questa valutazione rientrano le valutazioni sul lavoro degli insegnanti, sui libri di testo e sui curricula.

Come sostiene Fandiño Pinilla (2008), attraverso questo genere di monitoraggio è possibile:

- *«effettuare un bilancio su quello che lo studente è in grado di fare ad un certo momento del processo di insegnamento-apprendimento;*
- *guidare la successiva fase dell'apprendimento sulla base del bilancio precedente;*
- *scoprire le cause della difficoltà dello studente;*
- *incoraggiare il successo dello studente per favorirne la riuscita».*

Questa forma di (auto)controllo è necessaria perché la scuola non vive di vita autonoma, bensì all'interno di un contesto istituzionale e politico del quale bisogna tenere conto.

Una valutazione *criteriale*, così come suggerisce il termine, è basata sul criterio, ossia su di un metodo il più possibile giusto e egualitario, nel quale categorie e obiettivi sono prefissati. All'opposto una valutazione che si discosta da questo ideale viene chiamata *normativa*. In altre parole, *«gli esiti delle prove di valutazione possono essere valutati sulla base di un confronto tra le prestazioni dell'allievo e gli obiettivi della formazione (valutazione criteriale) o sulla base di paragoni tra l'allievo esaminato e gli altri allievi (valutazione normativa)».*⁴

Si utilizza quindi un test *normativo* se si vuole fare una classificazione degli studenti sottolineando le loro differenze e un test *-criteriale* se si ambisce a verificare cosa sa fare chi sostiene il test e che cosa conosce piuttosto che a porlo in una relazione di confronto con altre persone. Una valutazione di tipo *criteriale* permette di controllare come gli studenti abbiano

⁴ Dagli appunti per il modulo di 'Scienze dell'Educazione', Edo Dozio, DFA - SUPSI di Locarno, 2012.

appreso i contenuti, i processi cognitivi e le competenze che ci si aspetta siano padroneggiate e quindi di sfruttare le informazioni ricavate per determinare il rapporto tra lo studente e il curriculum attuato dall'insegnante (*implemented curriculum*) e per capire quali obiettivi curricolari siano stati raggiunti (*attained curriculum*). Infatti, nella teoria pedagogica, si sostiene che la valutazione normativa sia sempre accompagnata dal cosiddetto effetto Posthumus, il cui enunciato è così formulato: «*un docente tende ad aggiustare il livello del suo insegnamento e i suoi apprezzamenti sulle prestazioni degli allievi in modo da conservare di anno in anno la stessa distribuzione gaussiana delle note*».⁵

Infine, un vantaggio proprio della valutazione criteriale è quello di evitare gli effetti che snaturano le prove. Effetti che, altrimenti, le renderebbero non significative.

I più comuni sono:

- l'effetto stereotipia che consiste in una lettura costante dell'alunno da parte dell'insegnante. L'insegnante si convince che la situazione dello studente non possa cambiare ed evolversi positivamente o negativamente nel tempo. La valutazione e i giudizi nei confronti del ragazzo sono così come congelati da questa opinione;
- l'effetto alone che porta il docente a interpretare gli esiti in un contesto di situazioni ed elementi che falsano la prova;
- il condizionamento profetico cioè la tendenza dell'insegnante a valutare come scarsi i risultati di particolari allievi con i quali è certo di non poter raggiungere determinati obiettivi.

Il criterio di valutazione può così rappresentare (o fissare) il livello (minimo) di accettabilità di una conoscenza o competenza appresa.

2.3 Valutazione degli apprendimenti in matematica

Le Prove Cantionali e Invalsi mirano a verificare le competenze, le abilità e le conoscenze acquisite dagli studenti in ambito matematico. La valutazione dell'apprendimento come fattore unitario è però molto difficile. È impossibile non riconoscere che in matematica, così come in altre discipline, l'apprendimento è costituito da diversi aspetti (Fandiño Pinilla, 2008). Quando risolviamo un problema, ad esempio, come prima cosa dobbiamo estrapolare dal testo le informazioni necessarie, spesso scritte nel linguaggio comune, e trasformarle in linguaggio matematico, dobbiamo inoltre analizzare e comprendere i concetti che in esso vengono richiamati, riconoscere un possibile svolgimento, applicare gli algoritmi necessari per arrivare al risultato, controllare l'attinenza di ciò che si è ottenuto con la situazione proposta. Non è nemmeno improbabile che venga chiesta una rappresentazione specifica del risultato ottenuto, allora siamo tenuti a rappresentare in forme differenti lo stesso esito. Infine potremmo dover spiegare a un'altra persona cosa abbiamo fatto e per farlo servono abilità di tipo comunicativo.

Queste tappe che percorriamo mettono in risalto almeno cinque diverse tipologie di apprendimento in matematica (Fandiño Pinilla, 2008):

1. *un apprendimento concettuale*: che riguarda la capacità di saper individuare le particolarità di un concetto matematico, saperle rappresentare, trattare all'interno di uno stesso registro e convertire nel passaggio tra registri diversi, non confondendolo mai però con una sua rappresentazione;
2. *un apprendimento algoritmico*: proprio dell'eseguire operazioni, del risolvere un'equazione, del calcolare, dell'operare, del sapere applicare un procedimento di risoluzione costituito da un numero finito di passi meccanici;

⁵ Vedi nota precedente.

3. *un apprendimento strategico*: che riguarda la capacità di risolvere e congetturare, coinvolgendo l'uso di più regole e la successione di operazioni che vengono scelte strategicamente e creativamente dall'allievo nella risoluzione di un problema;
4. *un apprendimento comunicativo*: che riguarda la capacità di esprimere il proprio parere su cose matematiche, di descrivere un oggetto, di spiegarlo ad altri, dato che la matematica stessa è di per sé una forma di linguaggio dotata di una semantica, una sintassi e una pragmatica;
5. *un apprendimento relativo alle rappresentazioni semiotiche*. In matematica uno stesso concetto si può rappresentare in forme tra loro anche molto diverse. Si dirà allora che un alunno ha raggiunto questo tipo di apprendimento quando riesce a rappresentare l'oggetto costruito e ad operare su di esso trasformazioni di trattamento e conversione. Ossia quelle trasformazioni che avvengono all'interno dello stesso registro semiotico (trattamento) o che sono caratterizzate dal passaggio da uno a più registri semiotici diversi (conversione).

Questa suddivisione degli apprendimenti non è esclusiva, ma permette un'ulteriore possibilità di analisi delle difficoltà e lo studio delle cause che generano gli errori al fine di individuarle e su di esse intervenire.

3. Le fasi della ricerca

La ricerca è stata strutturata come riportato di seguito.

Prima fase. Analisi delle prove somministrate negli ultimi anni dal Canton Ticino e dall'Italia; reperimento del materiale (linee guida, quadri di riferimento, standard nazionali per la formazione, ...) e delle analisi già effettuate dagli organi competenti dei due paesi sui test; confronto tra le prove e scelta delle prove da somministrare in Italia e in Canton Ticino (mese di febbraio).

Seconda fase. Individuazione del campione statistico e scelta delle modalità di somministrazione (marzo).

Terza fase. Somministrazione e correzione delle prove seguendo i documenti *Risultati e indicazioni per la valutazione* della prova cantonale e *Griglia per l'attribuzione del voto della prova nazionale Invalsi* (marzo).

Quarta fase. Somministrazione dei questionari per gli insegnanti. (marzo).

Quinta fase. Analisi statistica e grafici sulle percentuali di successo per item (aprile e maggio).

Sesta fase. Analisi statistica e grafici sulle percentuali di risposte ottenute in alcune domande del questionario docenti (aprile e maggio).

Settima fase. Analisi didattica specifica di alcuni item risultati difficili agli studenti (aprile e maggio).

4. Prove Cantionali e Prove Invalsi a confronto

Le prove Cantionali e Invalsi hanno obiettivi comuni: sono orientative per i docenti e per l'insegnamento e educative per gli allievi che devono diventare consapevoli di quali competenze sono «padroni» o meno. Si differenziano però per alcuni elementi sostanziali.

In primo luogo le Prove Invalsi di terza media rientrano nella valutazione individuale dell'allievo (contribuiscono per 1/7 al voto finale dell'esame conclusivo di terza media), mentre le Prove Cantionali non incidono sulla certificazione degli allievi, hanno cioè

esplicitamente un valore formativo e regolativo (anche se avviene molto spesso che gli insegnanti scelgano di utilizzare la prova come verifica sommativa interna).

Inoltre, le domande della Prova Invalsi (circa 20-26 item) sono a risposta chiusa con scelta multipla o a risposta aperta univoca. Tra le risposte a scelta multipla particolare importanza hanno i distrattori, cioè opzioni errate che possono attirare l'attenzione dello studente fornendo informazioni per l'analisi didattica della conoscenza o del contenuto valutato. I problemi della Prova Cantonale (circa 5 o 6 articolati in più domande), al contrario, hanno richieste spesso dipendenti le une dalle altre.

Già dalla diversa struttura e organizzazione delle prove, si nota come la Prova Cantonale cerchi di valutare in misura maggiore, rispetto alle prove Invalsi, i contenuti matematici che l'alunno ha fatto propri nell'ambito della *matematizzazione verticale*,⁶ ad esempio nella manipolazione algebrica, nel calcolo mentale, nell'esplicitazione di definizioni o di affermazioni necessarie alla risoluzione di un problema già scritto in linguaggio matematico, ossia già modellizzato.

Nelle prove Cantionali non sono molte le situazioni concrete reali e sono in numero maggiore le domande che non richiedono una contestualizzazione dei risultati ottenuti.

La mancanza di un gruppo di risposte già preparato tra le quali scegliere, inoltre, esclude in partenza la risposta data senza motivazione e permette allo studente di scegliere liberamente la metodologia di risposta.

Entrambi i test, italiano e ticinese, sono costruiti per verificare se lo studente, al termine di un determinato corso o anno scolastico, ha raggiunto alcuni obiettivi o competenze. Bisogna però chiarire cosa si intende in Italia e in Ticino con questi termini.

Le prove Invalsi sono costruite seguendo due differenti direzioni di interpretazione e valutazione dei risultati, quella dei *contenuti* e quella dei *processi cognitivi*. I contenuti riguardano gli argomenti matematici coinvolti, mentre i processi cognitivi quell'insieme di azioni attraverso cui l'individuo acquisisce informazioni, le elabora, le struttura e le conserva: conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della disciplina, algoritmi e procedure, varie forme di rappresentazione, acquisire forme tipiche del pensiero matematico e saper risolvere problemi utilizzando strumenti matematici (problem solving).

Contenuti e processi cognitivi determinano così le competenze che si auspica lo studente abbia raggiunto al termine di alcuni anni o segmenti scolastici. In particolare, con il termine competenza: «*si intende la capacità di un individuo di utilizzare e interpretare la matematica e di darne rappresentazione mediante formule, in una varietà di contesti. Tale competenza comprende la capacità di ragionare in modo matematico e di utilizzare concetti, procedure, dati e strumenti di carattere matematico per descrivere, spiegare e prevedere fenomeni. Aiuta gli individui a riconoscere il ruolo che la matematica gioca nel mondo, a operare valutazioni e a prendere decisioni fondate che consentano loro di essere cittadini impegnati, riflessivi e con un ruolo costruttivo*».⁷

⁶ Il termine *matematizzazione verticale* si riferisce all'attività di osservazione, strutturazione e interpretazione del mondo attraverso i modelli matematici. Un'attività che comporta il passaggio dal quotidiano alla matematica e dalla matematica al quotidiano si articola in due momenti principali: una *matematizzazione orizzontale*, dove gli strumenti matematici sono promossi e usati per organizzare la risoluzione di un problema reale e una *matematizzazione verticale*, che suppone la riorganizzazione e le operazioni fatte dagli studenti all'interno del sistema matematico.

⁷ http://www.invalsi.it/invalsi/ri/pisa2012.php?page=pisa2012_it_01.

Tale definizione di competenza o literacy matematica è in linea con quella utilizzata nell'ambito delle prove PISA.⁸

In Ticino, le Prove Cantionali sono strutturate in modo da verificare *obiettivi e competenze*. Il termine 'obiettivi' viene utilizzato analogamente al termine 'contenuti' in Italia, competenze invece si riferisce alla: «*capacità di affrontare un compito, una situazione complesso/a, utilizzando in modo creativo e funzionale le conoscenze, le capacità e gli atteggiamenti acquisiti. Le conoscenze, le capacità e gli atteggiamenti sono quindi le risorse necessarie per costruire le competenze. [...] Le competenze integrano insiemi di obiettivi relativi a un argomento disciplinare più o meno vasto e concernenti saperi, saper fare e saper essere; sono sempre riferite a una situazione, dove il termine "situazione" sta per "famiglia di situazioni", all'interno della quale il docente sceglierà di volta in volta quella particolare che meglio si adatta all'apprendimento dei propri alunni. Le competenze per classe sono apprendimenti che vanno terminati di anno in anno e rappresentano lo zoccolo duro attorno al quale viene organizzata l'attività didattica annuale. [...] L'attività didattica non deve tuttavia limitarsi al lavoro sulle competenze ma dev'essere estesa anche agli altri obiettivi disciplinari che non sono oggetto delle competenze. Essi sostituiscono un importante bagaglio formativo e culturale indispensabile per raggiungere altre competenze negli anni successivi*».⁹

Il concetto di competenza è dunque simile, anche se ogni Paese ne sottolinea aspetti diversi. In Italia, secondo le indicazioni nazionali Fioroni (D.M. del 31 luglio 2007), tra le competenze matematiche rientrano: «*il saper riconoscere e risolvere problemi di vario genere analizzando la situazione-problema, saper confrontare tra loro vari procedimenti, sostenere le proprie convinzioni con argomentazioni valide, l'accettare di cambiare opinione, il descrivere forme relativamente complesse e anche il semplice approcciarsi alla matematica con atteggiamento positivo*».¹⁰

Non sono elencate competenze specifiche per ogni classe, però si ritrovano competenze che uno studente deve aver acquisito al termine del percorso medio. I traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola secondaria di primo grado sono:

- un atteggiamento positivo rispetto alla matematica e comprensione dell'utilità degli strumenti matematici in situazioni reali;
- percezione, descrizione e rappresentazione di forme relativamente complesse, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo;
- capacità di argomentare, discutere tra pari, sostenere le proprie idee;
- rispettare punti di vista diversi dal proprio;
- accettare di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di una argomentazione corretta;
- valutare le informazioni che ha su una situazione, riconoscere la loro coerenza interna e la coerenza tra esse e le conoscenze che ha del contesto, sviluppando senso critico;
- riconoscere e risolvere problemi di vario genere analizzando la situazione e traducendola in termini matematici, spiegando anche in forma scritta il procedimento seguito, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati.

⁸ Per maggiori informazioni sulle prove di valutazione internazionale in Italia e in Canton Ticino rimandiamo a *"I risultati italiani e ticinesi nelle prove OCSE-PISA a confronto"*, Tesi di Laurea Magistrale del Dipartimento di Matematica dell'Università di Bologna, Sara Zagra, 2012.

⁹ Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport, Divisione della scuola, Ufficio dell'insegnamento medio, *Piano di Formazione della scuola Media*, Bellinzona, 2004.

¹⁰ Le competenze qui riportate sono a titolo esemplificativo e non pretendono di essere esaustive. Per un elenco più dettagliato rimandiamo a D.M. del 31 luglio 2007 del ministro Fioroni.

I contenuti e gli obiettivi matematici invece sono raggruppati in quattro aree:

1. *numeri*;
2. *spazio e figure*;
3. *relazioni e funzioni*;
4. *misure, dati e previsioni*.

In base a questi quattro ambiti l'Invalsi ha catalogato gli item delle prove nazionali.

In Ticino, nel Piano di formazione della scuola media gli obiettivi e le competenze vengono specificate per ogni classe, aggiungendo «competenze trasversali» comuni a tutte le classi.

Gli obiettivi sono raggruppati in cinque ambiti:

1. *numeri*: calcolo scritto, mentale, automatico, numerico e letterale;
2. *insiemi, funzioni e rappresentazioni grafiche*;
3. *geometria*: studio delle figure geometriche del piano e dello spazio;
4. *matematica applicata*: applicazione dei concetti e dei procedimenti matematici a situazioni extra-matematiche;
5. *formazione del pensiero*: sviluppo del pensiero logico, dell'organizzazione delle conoscenze, dell'intuizione e dell'invenzione.

Le competenze specifiche per la classe seconda media (la cui Prova Cantonale è stata affrontata dalle seconde e terze italiane) sono lo studio e l'approfondimento:

- dei numeri interi (calcolo, rappresentazione sulla retta numerica, addizione algebrica, espressioni letterali);
- dell'operatore frazionario (equivalenza tra frazioni, confronto tra frazioni e complementi di una frazione propria rispetto all'unità, interpretazione grafica di una frazione);
- dei poligoni e del cerchio (perimetri e aree, ampiezze di angoli).

Le competenze specifiche per la terza media ticinese (classi che hanno affrontato le prove nazionali delle terze italiane) sono invece leggermente diverse a seconda del tipo di classe.

La più grande differenza tra i percorsi italiano e svizzero consiste nel fatto che gli studenti svizzeri, a partire dalla terza, vengono suddivisi in due corsi – attitudinale (A) e base (B) - a seconda della loro attitudine.

Le competenze per la classe terza B sono:

- frazioni, percentuali, rapporti, proporzioni: in una situazione concernente frazioni e percentuali, saper risolvere problemi usando la calcolatrice e operando opportune approssimazioni dei risultati;
- applicazione del teorema di Pitagora: in una situazione geometrica piana che comprende figure composte riconoscere triangoli rettangoli, applicare il teorema di Pitagora, usare la calcolatrice, scegliere cifre significative del risultato;
- geometria dei solidi: in una situazione geometrica concernente, prismi, piramidi e cilindri riconoscere il tipo di solido e i suoi elementi essenziali, disegnare, calcolare aree e volumi;
- numeri razionali, equazioni: saper risolvere problemi facendo ricorso alle funzioni e alle equazioni;
- figure piane, teorema di Pitagora: saper calcolare esattamente e in modo approssimato mediante la calcolatrice determinate lunghezze;
- geometria dei solidi: eseguire schizzi di prismi, piramidi, cilindri o solidi da essi composti, disegnare il loro sviluppo, calcolare i loro elementi sconosciuti, aree e volumi.

Nel corso attitudinale analogamente:

- saper confrontare numeri razionali scritti in forma frazionaria o decimale ed eseguire calcoli con essi. Saper affrontare una situazione-problema concernente questi numeri (anche senza

l'ausilio della calcolatrice), operando opportune approssimazioni dei risultati e usando le equazioni;

- in una situazione geometrica concernente una figura piana, essere in grado di calcolare, anche con l'ausilio del teorema di Pitagora, determinate grandezze, approssimandole convenientemente;

- in una situazione geometrica concernente prismi, piramidi e cilindri, riconoscere il tipo di solido e i suoi elementi essenziali, eseguire schizzi appropriati, calcolare lunghezze, aree e volumi (eventualmente applicando il teorema di Pitagora) usando convenientemente le unità di misura.

Infine sono competenze trasversali per tutte le classi il saper:

- presentare la risoluzione di un problema con spiegazioni dei calcoli effettuati e aggiunte grafiche;
- valutare l'accettabilità di un risultato mediante verifica o ragionamento;
- analizzare una figura geometrica giustificandone le proprietà;
- analizzare criticamente la soluzione di un problema, condividerla o confutarla;
- consultare le fonti di informazioni necessarie per comprendere il problema.

Elementi di analogia e differenza tra le due prove sono stati schematicamente riportati nell'elenco e nella tabella seguenti.

Analogie

- Tipo censuario ed esterno
- Finalità orientative per alunni, insegnanti e Paese
- Valutazione di obiettivi e competenze
- Risultati restituiti alle singole scuole, percentuali di riuscita per item pubblici.

Differenze

Prova Cantonale 2° media	Prova Invalsi 3° media
Prove preparate dagli insegnanti con la collaborazione degli esperti	Prove preparate dagli insegnanti (ca 250 collaboratori) nel corso di seminari di formazione
Situazioni organizzate in 4 ambiti: <ol style="list-style-type: none"> 1. Numeri 2. Geometria 3. Insiemi, funzioni e rappresentazioni grafiche 4. Matematica applicata 	Item organizzati in 5 ambiti: <ol style="list-style-type: none"> 1. Numeri 2. Spazio e figure 3. Relazioni e funzioni 4. Dati e previsioni 5. Misure
Rientra nella valutazione dell'alunno solo sotto esplicita richiesta dell'insegnante	Rientra nella valutazione individuale, nell'esame di stato contribuisce per 1/7 al voto finale
3.109 alunni coinvolti	Circa 570.000 alunni coinvolti
Analisi statistica per sede e per situazione	Analisi statistica per sede, genere, item, regione, in base all'origine e alla regolarità del percorso di studi
Prova di fine biennio osservativo, non è una prova di fine ciclo	Prova di fine ciclo superiore di primo grado
Prova aperta di struttura tradizionale, n° tot. domande 6	Prova chiusa, n° tot. domande 26

Domande aperte	Domande chiuse o a risposta aperta univoca, nelle domande a scelta multipla sono presenti i distruttori
Griglia di correzione non rigida	Rigida griglia di correzione
Non si svolge tutti gli anni	Si svolge regolarmente ogni anno
Consentito l'utilizzo della calcolatrice e del formulario se non espressamente dichiarato il contrario	Vietato l'uso sia della calcolatrice che del formulario
Maggiore importanza allo svolgimento, al procedimento, al calcolo	Maggiore importanza al processo cognitivo coinvolto
Situazioni più focalizzate sul processo di matematizzazione verticale che su quello orizzontale	Ruolo centrale del processo di matematizzazione orizzontale, prove vicine alla realtà

Figura 1. Prove Cantonali e Invalsi a confronto

5. La somministrazione incrociata delle prove di valutazione esterna

Il cuore della ricerca è stata la somministrazione incrociata delle prove. Gli studenti italiani di seconda e terza media hanno affrontato la Prova Cantonale ticinese della classe seconda e gli studenti ticinesi di terza media hanno risposto ai quesiti della Prova Nazionale Invalsi delle classi terze (entrambe relative all'a.s. 2010-2011). Non si è potuto far svolgere prove programmate per lo stesso anno scolastico, essendo predisposte dai paesi ad anni alterni: le Prove Cantonali si svolgono in seconda e quarta media, le Prove Invalsi in prima e terza.

Si sono scelte le prove di terza italiane che rappresentano non solo un controllo dell'andamento scolastico, ma anche una prova conclusiva del segmento dell'istruzione media in Italia e le prove di seconda ticinesi, prove svolte prima della suddivisione degli studenti nei corsi A e B.

Le somministrazioni in Italia sono state svolte tutte nel mese di aprile e dunque gran parte del programma di seconda era già stato svolto, ma occorre tener conto che il programma di seconda ticinese è molto più simile alla tradizionale programmazione didattica italiana di terza e diversi professori non si sono sentiti di somministrare un test per il quale lo studente non aveva una preparazione sufficiente, per questa ragione in alcune scuole si è scelto di svolgere le prove nelle classi terze. La somministrazione in classi diverse si è poi rivelata molto utile per valutare l'evoluzione delle competenze nel passaggio dalla seconda alla terza media.

Dalla fine di aprile a inizio maggio si sono effettuate le prove in Canton Ticino. I docenti si sono dimostrati ben disposti a partecipare e, contrariamente a quanto avvenuto in Italia, le richieste di partecipazione alla somministrazione sono state talmente tante che in certi casi per motivi pratici si è dovuto rifiutare.

6. Metodologia

La prova in ogni classe si è svolta rispettando le modalità operative con le quali veniva attuata nello specifico Paese, si è cercato cioè di riprodurre una condizione simile a quella vissuta dai ragazzi svizzeri o italiani che avevano già affrontato il test.

In Italia gli studenti sono stati fatti suddividere in più file, sono stati consegnati i testi, è stato elencato quali strumenti erano consentiti e si è iniziata la prova. Il tempo a disposizione è stato quello previsto dalla prova svizzera: 100 minuti.

In Ticino è stato puntualizzato che non era possibile utilizzare né calcolatrici né formulari, si è letto insieme il foglio di istruzioni allegato al fascicolo, si è sottolineato che per ogni item c'era una sola risposta esatta e infine si è iniziata la prova. Il tempo a disposizione è stato di 75 minuti, esattamente come indicato dall'Invalsi. Anche in questo caso gli unici aiuti concessi sono stati quelli di rilettura e comprensione del testo. In alcune classi però l'insegnante ha insistito perché, secondo l'abituale prassi d'aula, gli studenti potessero usufruire del formulario. In questi casi non si è contraddetto il docente, ma confrontando i risultati delle classi che hanno affrontato la prova con e senza formulario si è potuto notare che dove era stato vietato alcuni item hanno testimoniato una scarsa conoscenza delle formule del calcolo dell'area di alcune basilari figure geometriche piane.

6.1 Campione di riferimento

In Italia le prove sono state somministrate in tre sedi diverse per un totale di dieci classi: sei seconde e quattro terze. Gli studenti coinvolti sono stati 199: 123 di seconda e 76 di terza. Geograficamente le sedi scolastiche, per motivi pratici, sono tutte appartenenti al Nord Italia, in particolare Emilia-Romagna e Lombardia.

In Ticino hanno partecipato tre sedi differenti di scuola media, geograficamente concentrate nel centro del cantone. Le classi coinvolte sono state dieci, per un totale di 134 studenti: 85 dei corsi A e 47 dei corsi B.

6.2 Correzione delle prove

I test, una volta raccolti, sono stati corretti seguendo rigidamente le linee guida della 'Griglia di correzione di matematica' della Prova Nazionale dell'Invalsi e il documento 'Risultati e indicazioni per la valutazione' delle Prove Cantionali. I dati sono stati raccolti in tabelle ed elaborati in un foglio elettronico. Ogni insegnante ha ricevuto il feed-back della prova della sua classe, con indicazione del successo o insuccesso per item, voto finale in decimi e in sestimi. La scala valutativa è infatti differente nei due paesi: in Svizzera in note da 1 a 6 con sufficienza al 4, in Italia con voti da 1 a 10 e sufficienza pari a 6. Le uniche «mezze» note ammesse in Svizzera sono teoricamente il 4,5 e il 5,5, ma nella pratica viene abitualmente considerato anche il 3,5.

7. Analisi statistica dei dati

Le percentuali di riuscita per item o situazioni sono riportate nei grafici seguenti dove sono presenti, per consentire un confronto generale immediato, rispettivamente i risultati degli studenti italiani di seconda e terza e degli studenti ticinesi di terza corso A e corso B. I dati delle prove ticinesi svolte in Italia sono stati confrontati con i dati ticinesi dell'intero Cantone e, analogamente, quelli delle prove italiane svolte in Ticino sono stati confrontati con i dati statistici dell'intera rilevazione italiana.

7.1 La prova Cantonale nelle classi seconde e terze italiane

Ricordiamo che la prova Cantonale in Italia è stata affrontata sia dalle classi seconde sia dalle classi terze a causa della differente programmazione didattica del secondo anno del segmento medio che aveva suscitato perplessità nei docenti. Grazie a questo, però, si è potuto vedere

come cambia il livello di competenza degli studenti italiani nel corso di un anno, ossia dalla seconda alla terza media.

Il primo grafico (fig. 2) riporta la percentuale di successo per ogni item (cinque in totale) o sotto-item della prova Cantonale svolta dalle classi seconde e terze italiane (prima e seconda barra) e dalle seconde ticinesi (terza barra).

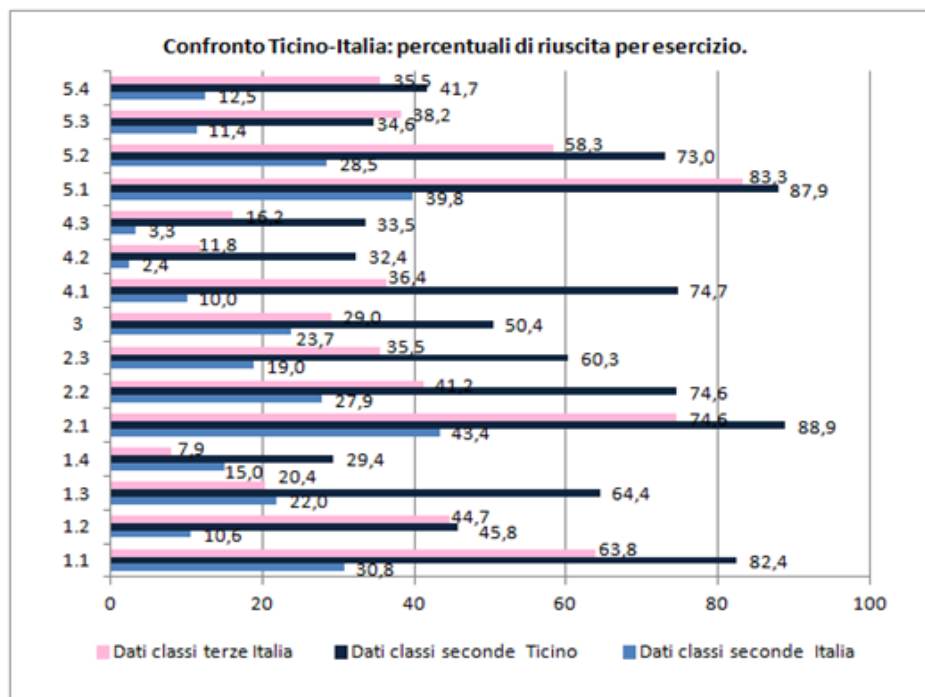


Figura 2. Confronto delle percentuali di successo in Ticino e in Italia sugli item della Prova Cantonale

Si può notare che quasi in ogni item¹¹ la percentuale di riuscita italiana è inferiore a quella svizzera, sia che si tratti di classi seconde o terze.

Confrontando le percentuali, il test cantonale, che si svolge in Ticino in seconda, ha ottenuto per gli italiani una percentuale di riuscita del 40% nelle terze e solo del 20% nelle seconde, contro un successo del 58% per le seconde ticinesi. Sono stati solo 18 studenti su 123 nelle seconde e 32 su 76 nelle terze a raggiungere la sufficienza, rispettivamente il 14,6% e il 42,1%. Indagando le cause di simili risultati è emerso che queste basse percentuali sono dovute in larga parte, non solo a errori compiuti dai ragazzi durante lo svolgimento del test, ma anche a una mancata conoscenza degli elementi necessari allo svolgimento degli item. Dall'analisi delle prove sembrerebbe che questo scarso successo, almeno per le seconde, sia dovuto al fatto che gli argomenti svolti nelle seconde ticinesi sono in Italia tradizionalmente affrontati in terza. In effetti, la percentuale di riuscita degli studenti di terza è maggiore, anche se ancora relativamente bassa. Sono infatti tantissime le risposte lasciate completamente in bianco così come era già stato previsto dai docenti stessi.

¹¹ I testi della prova Cantonale sono reperibili agli indirizzi:

http://www3.ti.ch/DECS/sw/temi/scuoladecs/files/private/application/pdf/4269_2011_Prova_Cant_Mate_Seconda_Fila_1.pdf

http://www3.ti.ch/DECS/sw/temi/scuoladecs/files/private/application/pdf/4269_2011_Prova_Cant_Mate_Seconda_Fila_2.pdf

I grafici che seguono rappresentano la frequenza assoluta sul totale del punteggio delle prove somministrate nelle classi seconde e terze italiane.

I grafici riportano in ordinata i punteggi raggiunti dagli studenti e in ascissa la frequenza del punteggio. Sono inoltre riportate moda, media e mediana per ogni classe.

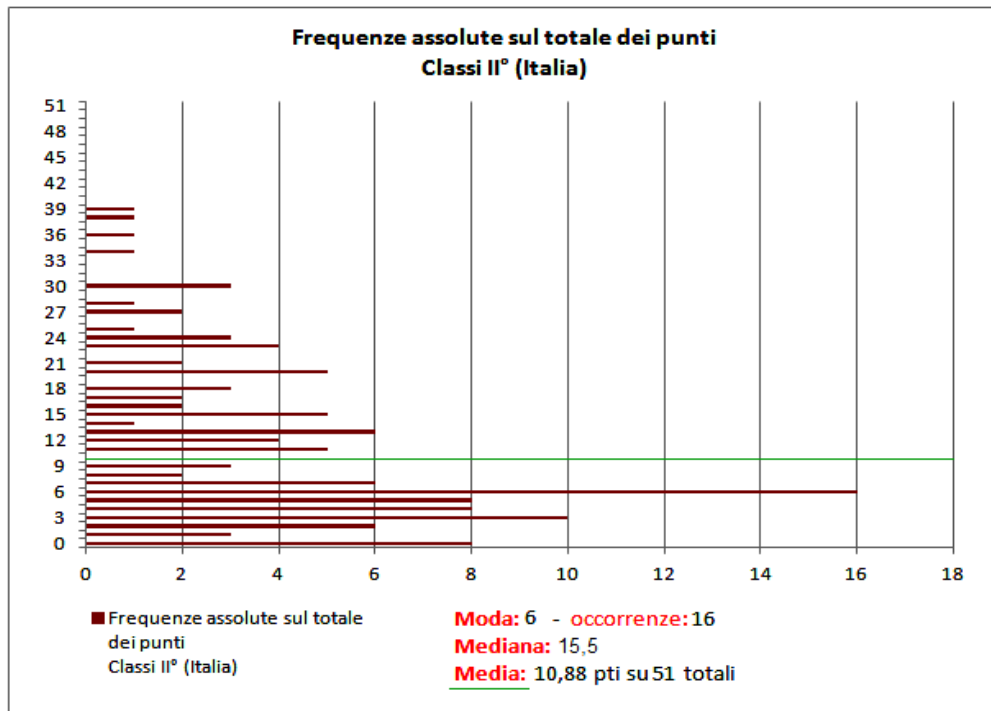


Figura 3. Frequenze assolute sul totale dei punteggi per le classi seconde italiane

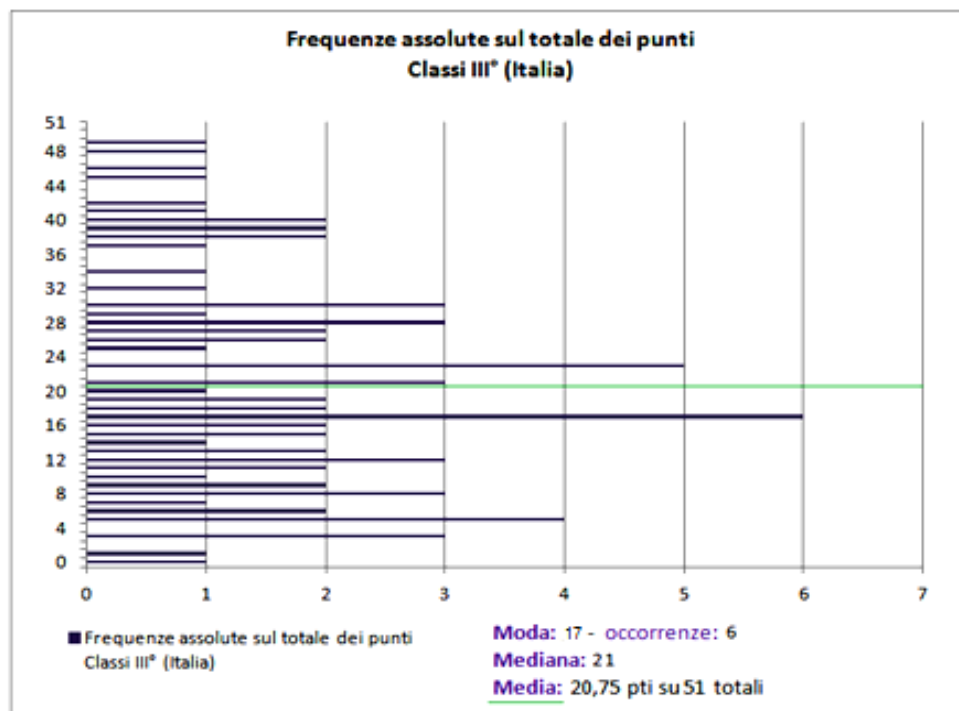


Figura 4. Frequenze assolute sul totale dei punteggi per le classi terze italiane

Il punteggio massimo raggiungibile nella prova era di 51 punti; punteggio che non è stato raggiunto da nessun alunno. I punteggi massimi sono stati rispettivamente di 39 e 49 punti. La moda è stata di 6 punti per le seconde e di 17 per le terze, la media rispettivamente di 10,88 punti e di 20,75. Il grafico si presenta infatti molto schiacciato verso il basso nel caso delle seconde e con un andamento, per le terze, che appare più «gaussiano», nel senso che mostra come solo una piccola parte degli studenti incontra serie difficoltà o raggiunge l'eccellenza, mentre la maggior parte degli studenti si colloca in una fascia intermedia. Nel caso delle seconde, invece, la figura 3 è un campanello di allarme che richiede in primo luogo di vedere a cosa sono dovuti punteggi così bassi e in secondo luogo, se questi sono dovuti a una erronea azione didattica, che richiede un adeguato intervento. Rassicurante è però notare che nel giro di un solo anno scolastico il punteggio medio raddoppia e la situazione migliora.

7.2 La prova nazionale Invalsi affrontata dalle classi terze ticinesi

Il grafico di figura 5, strutturato analogamente al precedente, riporta i risultati degli studenti ticinesi ottenuti nella Prova Nazionale Invalsi. Si evince subito che la riuscita nella Prova Nazionale 2010-2011 sia per gli studenti italiani che per quelli svizzeri dipende molto dall'item.

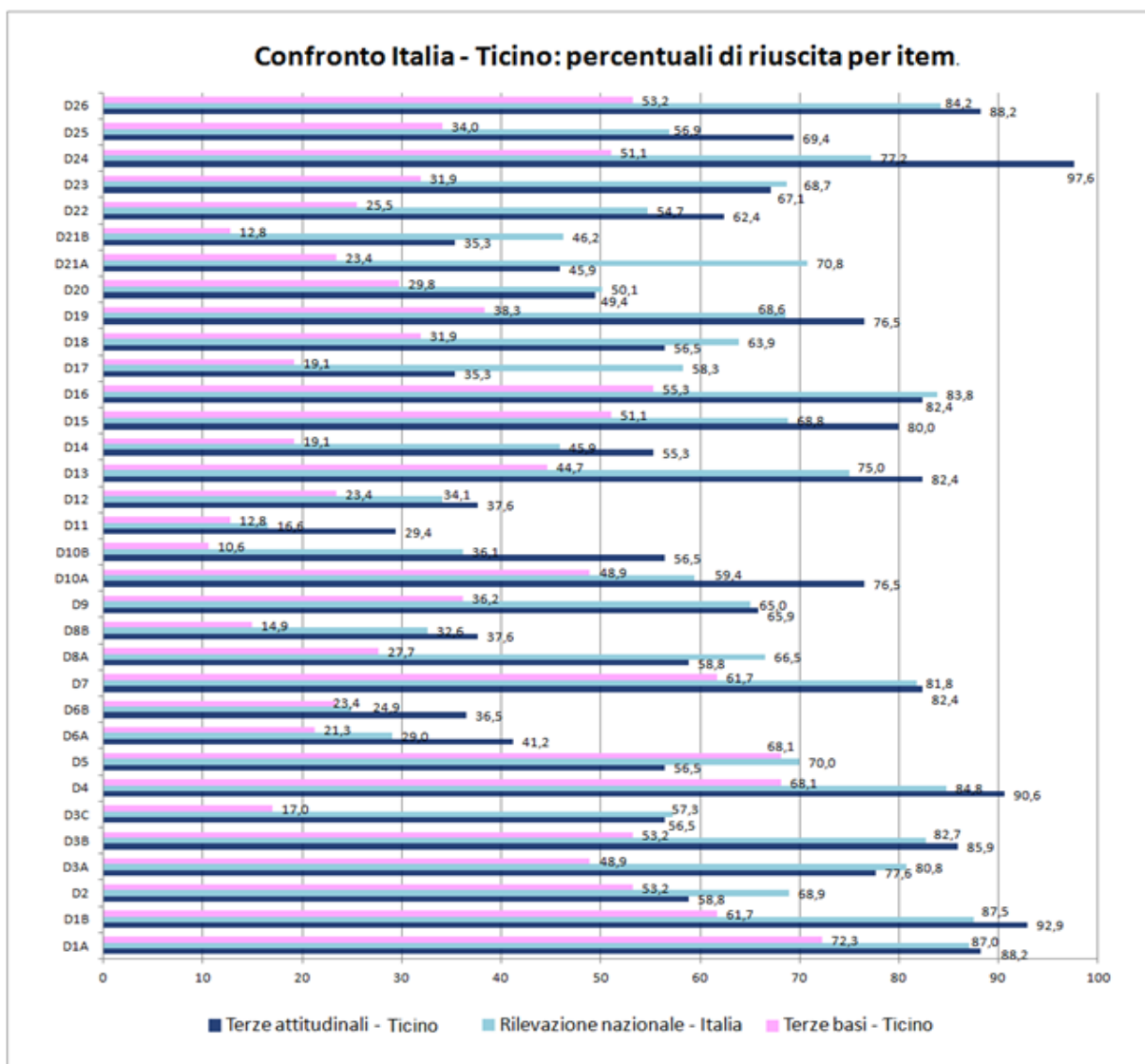


Figura 5. Grafico percentuale di confronto tra la riuscita per item della Prova Nazionale Invalsi delle terze ticinesi e delle terze italiane

Il grafico riporta in ascissa la percentuale di successo per item e in ordinata il numero che identifica l'item della prova (venti in totale articolati in certi casi con più richieste). Nella prima e nella terza barra sono riportati i dati delle classi terze ticinesi, A e B. Nella seconda barra i dati statistici di confronto italiani. A una prima lettura del grafico si vede che, considerando solamente i risultati delle classi terze A, gli unici item in cui la media nazionale italiana di riuscita non viene superata e mantiene un certo distacco sono D2, D3A, D5, D8A, D17, D18, D21A e D21B.¹² Le classi terze B invece rimangono costantemente su livello percentuale molto più basso. Le percentuali di riuscita per i corsi A è stata in media del 64%, per i corsi B del 38%. Dunque, i risultati sono in linea con quanto si aspettavano i docenti ticinesi, anche se in alcuni casi studenti dei corsi B hanno svolto la prova raggiungendo punteggi superiori rispetto a certi loro compagni dei corsi A. Nel complesso però, mediando i dati dei corsi A e B, le percentuali che si ottengono sono più o meno analoghe a quelle delle

¹² I testi di questi item e della Prova Invalsi 2010-2011 sono reperibili all'indirizzo: <http://www.invalsi.it/snv1011/>

terze italiane, 50,8% ticinese contro il 56,1% italiano. Questo confronto è sottolineato nel grafico seguente (fig. 6) dove i risultati di tutte le terze ticinesi, A e B insieme, sono facilmente confrontabili con quelli delle terze italiane.

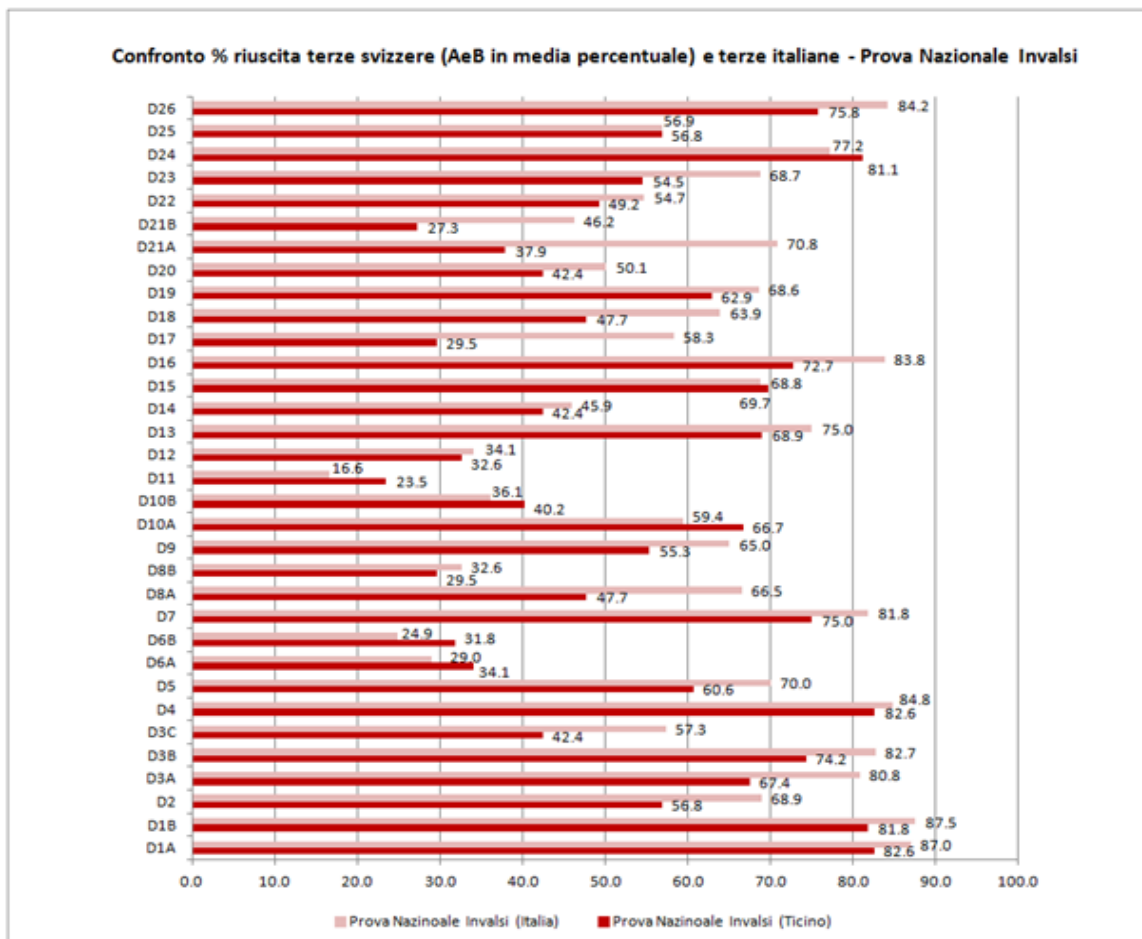


Figura 6. Grafico percentuale di confronto tra la riuscita per item della Prova Nazionale Invalsi delle terze A e B ticinesi e delle terze italiane

I grafici che seguono rappresentano la frequenza assoluta sul totale del punteggio delle prove somministrate nei corsi A e nei corsi B.

I grafici riportano in ordinata i punteggi raggiunti dagli studenti e in ascissa la frequenza del punteggio. Sono inoltre riportate moda, media e mediana.

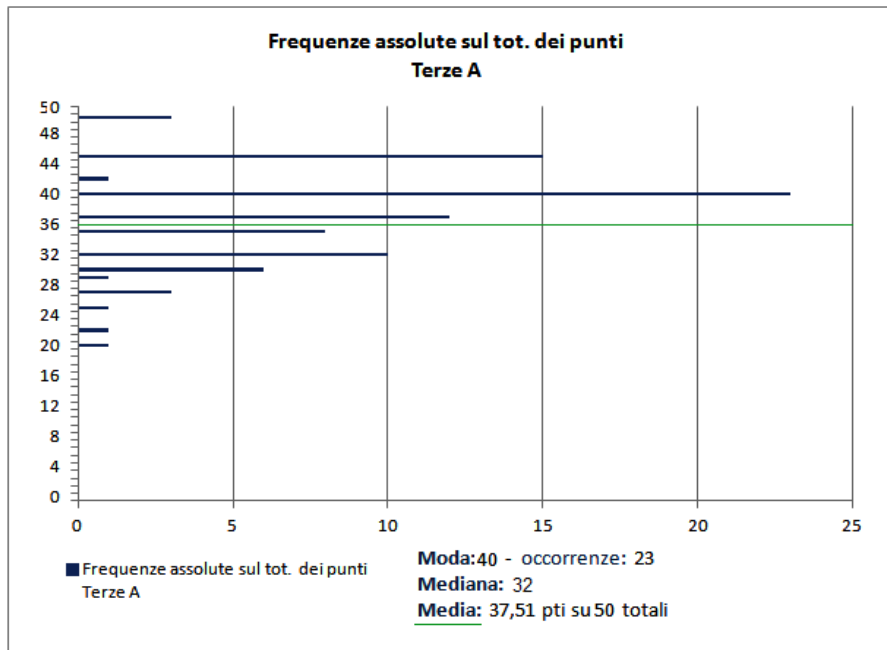


Figura 7. Frequenze assolute sul totale dei punteggi per le classi terze A ticinesi

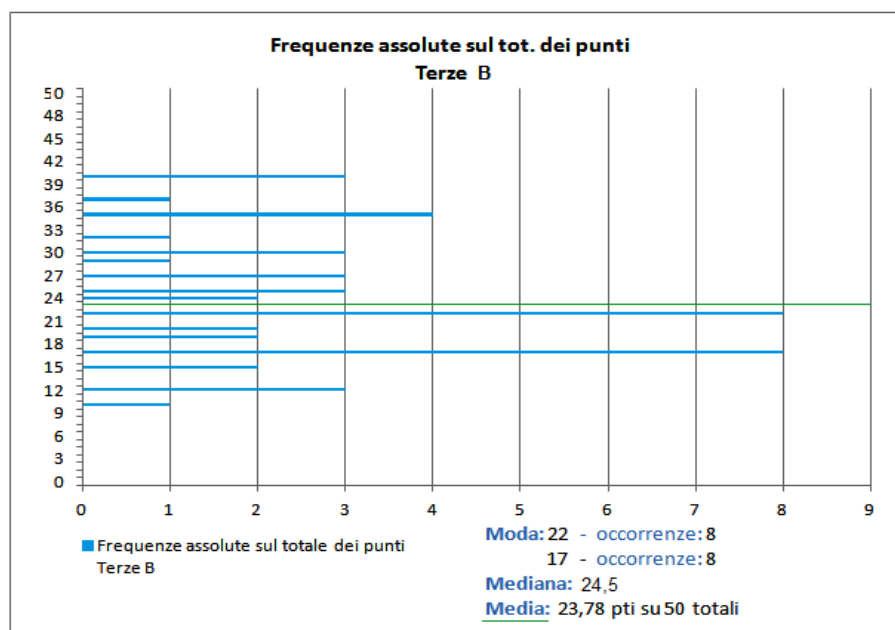


Figura 8. Frequenze assolute sul totale dei punteggi per le classi terze B ticinesi

Il primo dei due grafici precedenti si riferisce ai corsi A, il secondo ai B. Il punteggio massimo raggiungibile era di 50 punti. Il punteggio massimo raggiunto nelle terze A è stato di 49 punti, nelle terze B di 40. Il grafico relativo alla terze B è bimodale, con mode di 17 e 22 punti, mentre la moda per le terze A è 40.

Le medie sono rispettivamente per i corsi A e B: 37,51 e 23,78 punti (su 50).

Non ci sono punteggi estremamente bassi in nessun caso: l'andamento delle frequenze dei corsi B è raggruppato in una fascia di punteggio medio [11,40], quello dei corsi A in un

intervallo di punteggi molto elevato [20,49]. I punteggi, riportati in figura 7, appaiono come concentrati nella parte superiore del grafico e presentano un comportamento leggermente anomalo ma comprensibile dato che è proprio la classe di tipo A che riunisce in sé quegli studenti che dimostrano di possedere una migliore attitudine per la matematica.

Il grafico testimonia una situazione migliore di quella italiana, dato che manca completamente la fascia dei punteggi più bassi (<10).

Questo studio però non vuole limitarsi a una lettura di tipo quantitativo, perciò vogliamo analizzare qualitativamente alcuni item significativi.

7.3 Analisi didattica specifica di alcuni item

Di seguito sono stati analizzati tre item ritenuti particolarmente significativi, due della Prova Invalsi (D6 e D11) e uno della Prova Cantonale (item 3).

La tabella relativa all'item 3 della Prova Cantonale non riporta la percentuale di risposte omesse perché l'Ufficio statistico cantonale, che ha elaborato i risultati, non ha previsto questa particolarità. Ciò ha impedito di effettuare un confronto.

	Italia (dati nazionali)		Ticino				
	% Classi 3°	% Omesse	% Terze A	% Terze B	% Media 3A -3B	% Omesse	
						TerzeA	TerzeB
D6	26.9	13.0	38.5	22.4	30.6	25.9	57.4
D11	16.6	11.8	29.4	12.8	21.1	0	4.3

Figura 9. Tabella delle percentuali di successo e delle risposte omesse per la Prova Invalsi somministrata in Ticino

	Italia			Ticino (dati cantonali)
	% Classi 2°	% Classi 3°	% 2° e 3°	% Seconde
Item 3	23.7	29.0	26.4	53.4

Figura 10. Tabella delle percentuali di successo per la Prova Cantonale somministrata in Italia

Ricordiamo che i dati delle prove ticinesi svolte in Italia sono stati confrontati con i dati ticinesi dell'intero Cantone e, analogamente, quelli delle prove italiane svolte in Ticino sono stati confrontati con i dati statistici dell'intera rilevazione italiana.

Di conseguenza i protocolli che seguono sono da attribuirsi a studenti svizzeri se la prova è quella nazionale dell'Invalsi, a studenti italiani se la prova è Cantonale.

7.3.1 Analisi degli item D6 e D11 della prova Nazionale Invalsi

Item D6 – Prova Nazionale Invalsi

L'item richiedeva di ricavare con un righello le misure necessarie per determinare l'area di un triangolo scaleno già disegnato sul fascicolo.

L'item è risultato difficile per il Ticino, come si può vedere in tabella (fig. 9), la media di risposte corrette per il corso A è stata del 38,5% mentre quella per il corso B del 22,4%. Nei corsi A, non hanno risposto 12 studenti su 85, nei corsi B 15 su 47. Nonostante ciò, nei corsi A, si è raggiunta una percentuale di riuscita maggiore di quella italiana (26,9%).

Gli studenti hanno incontrato difficoltà raggruppabili nelle seguenti quattro tipologie:

1. Misconcezioni relative al concetto di altezza

Su un totale di 85 protocolli delle classi A ci sono state 34 rappresentazioni esatte dell'altezza rispetto al lato CB, 10 rispetto al lato AB e nessuna rispetto al lato CA. Nelle classi B invece su 47 studenti, 8 hanno rappresentato correttamente l'altezza rispetto al lato CB, 7 rispetto ad AB e anche in questo caso nessuno ha tracciato l'altezza relativa al lato CA.

Tra chi ha tracciato o considerato segmenti che non sono altezze in particolare si sono evidenziate tre differenti misconcezioni già evidenziate in letteratura (Martini, Sbaragli, 2005):

- i. viene considerata come altezza uno dei lati, in particolare il lato CA (fig. 11);

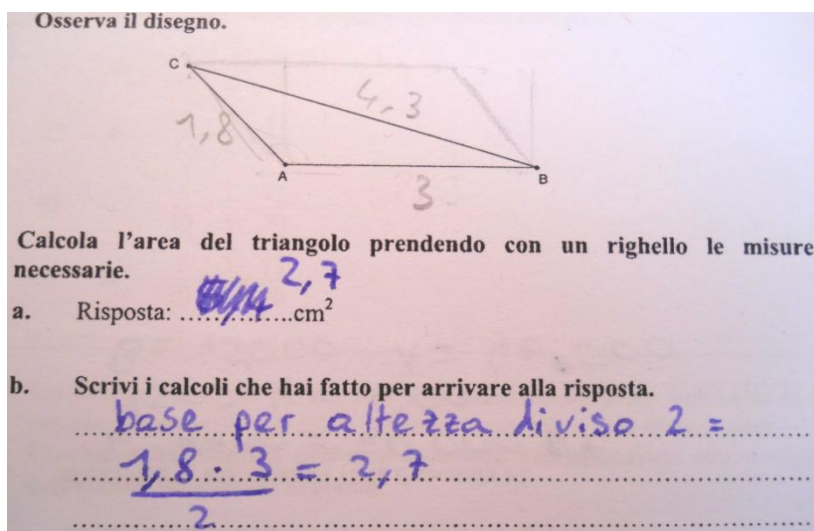


Figura 11. Altezza come lato del triangolo

- ii. l'altezza è concepita come un segmento verticale, ma non è tracciato in modo da essere la distanza massima dei punti del triangolo rispetto ad una retta che contiene un lato (fig. 12);

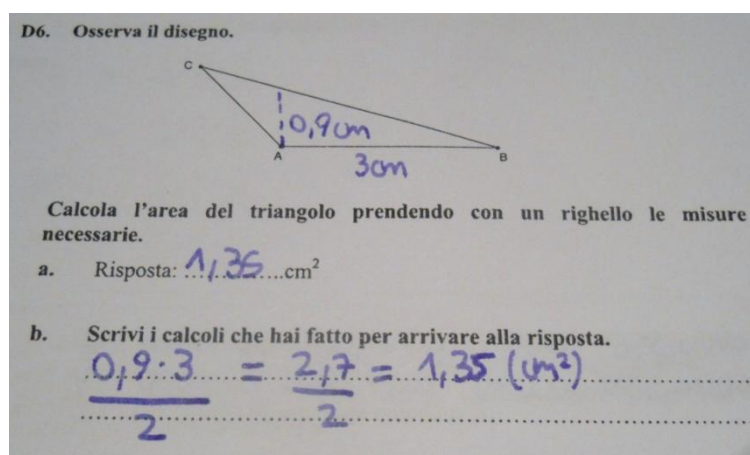


Figura 12. Altezza come segmento obbligatoriamente verticale

- iii. l'altezza è quel segmento che parte da un vertice (spesso quello «in alto») e arriva sul lato opposto tagliandolo a metà.

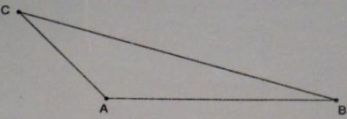
Alcuni studenti, 10 su 85 del corso A e 8 su 47 del corso B, non hanno rappresentato alcuna altezza ma hanno comunque risposto correttamente all'item. Questi protocolli possono essere riconducibili a fenomeni di comunicazione tra i ragazzi o alla prassi purtroppo diffusa di utilizzare la superficie del banco per svolgere i calcoli e riportare esclusivamente il risultato.

2. Difficoltà di calcolo con numeri decimali e radici

Questa difficoltà è stata riscontrata in 10 studenti su 85 delle classi A e in 4 su 47 nelle B.

3. Mancata conoscenza della formula dell'area di un triangolo

D6. Osserva il disegno.



Calcola l'area del triangolo prendendo con un righello le misure necessarie.

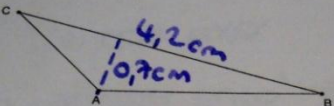
a. Risposta: $4,53 \text{ cm}^2$

b. Scrivi i calcoli che hai fatto per arrivare alla risposta.

A triangle $4,2 \cdot 2,9 \cdot 1,7 = 4,53 \text{ cm}^2$

(13a)

D6. Osserva il disegno.



Calcola l'area del triangolo prendendo con un righello le misure necessarie.

a. Risposta: $29,4 \text{ cm}^2$

b. Scrivi i calcoli che hai fatto per arrivare alla risposta.

$0,7 \times 4,2 = 29,4 \text{ (cm}^2\text{)}$

(13b)

Figura 13 (a,b). Formule errate per il calcolo dell'area di un triangolo

I protocolli riportati testimoniano una mancata conoscenza della formula per il calcolo dell'area del triangolo. In diversi protocolli, inoltre, manca un momento di controllo tipico della fase di matematizzazione orizzontale, ossia il chiedersi se quanto trovato matematicamente attraverso il modello è in accordo con quanto quotidianamente sperimentato (matematica \rightarrow realtà). In (13b) il risultato di 29 cm^2 rappresenta un'area addirittura superiore a quella dello spazio occupato dal testo dell'intero item.

Una possibile spiegazione relativa alle formule sbagliate per il calcolo dell'area può essere trovata nel divieto dell'uso del formulario durante la prova Invalsi contrariamente a quanto sono abituati a fare nella prassi d'aula ticinese. In certi alunni questo fatto ha suscitato immediate reazioni, in altri casi una specie di panico da assenza del formulario.

Errori riconducibili a una mancata conoscenza della formula dell'area del triangolo sono stati riscontrati in 8 prove su 85 delle classi A e in 4 prove su 47 delle classi B.

4. Automatismi del tipo “applico il teorema di Pitagora essendoci un triangolo”

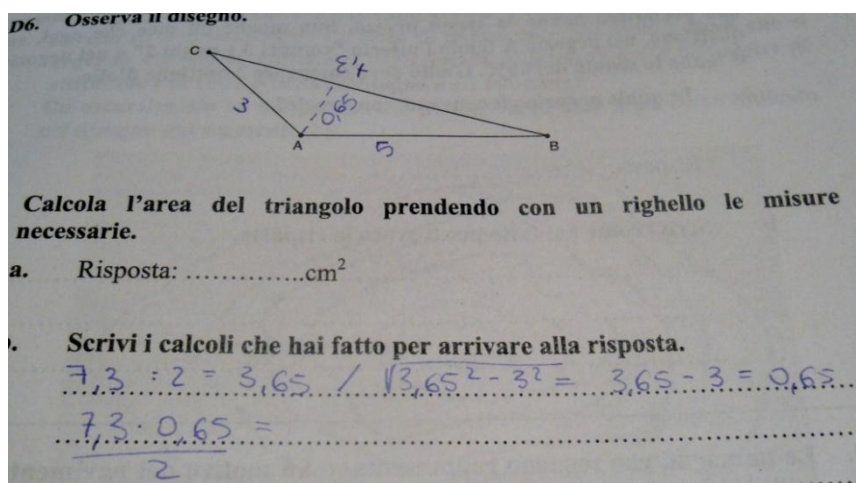


Figura 14. Protocollo in cui viene applicato il teorema di Pitagora

In questo item lo studente applica il teorema di Pitagora pur non trattandosi di un triangolo rettangolo e pur essendo libero di determinare la lunghezza di ogni segmento della figura con il righello. Nel calcolo sbaglia clamorosamente nell'operare con le radici.

Questa scelta è stata fatta da 5 studenti su 85 nei corsi A e in 3 studenti su 47 nei corsi B.

Item D11 – Prova Nazionale Invalsi

L'item D11 chiedeva di giustificare se, nella situazione in cui tre ragazzi (Marco, Livia, Lorenzo) scelgono chi laverà i piatti lanciando due volte una moneta, la probabilità di vincere per ognuno dei tre partecipanti è la stessa se Marco li lava quando escono due croci, Livia quando escono due teste e Lorenzo se esce una volta croce e una volta testa.

Le percentuali di riuscita per l'Italia e il Ticino sono rispettivamente del 16,6% e 21,1%.

Nonostante in Ticino non tutte le classi terze (A e B) avessero affrontato l'ambito della probabilità, alcune risposte sono risultate corrette. Tra queste è possibile vedere come gli studenti abbiano cercato di motivare e comunicare al lettore il motivo che li ha portati a optare per l'una o l'altra scelta. Tutti gli studenti, eccetto 2 dei corsi B, hanno risposto al quesito. Molti però, pur non lasciando in bianco l'item, non hanno dato valide giustificazioni della risposta, limitandosi a riportare parti della consegna o risposte del tipo: «Perché sì». In questa categoria rientrano 8 ragazzi dei corsi B e 11 dei corsi A.

Le risposte all'item D11 possono così essere raggruppate in più tipologie.

Tra chi ha dato una risposta corretta (25 studenti su 85 dei corsi A e 6 su 47 dei corsi B):

1. Giustificazione data nel solo registro della lingua comune:

«È meno probabile che li laveranno Marco e Livia perché c'è meno possibilità che viene lo stesso segno.»

La maggior parte degli studenti si è limitata a giustificare la risposta a parole: 14 studenti su 85 nei corsi A e 4 su 47 nei corsi B.

2. Giustificazione della risposta facendo uso di altri registri semiotici oltre a quello della lingua comune

In questo caso le giustificazioni (fig. 15) sono caratterizzate dalla presenza di schemi e rappresentazioni grafiche nelle quali, con l'aiuto di colori, frecce e simboli, gli allievi argomentano correttamente la loro opinione (apprendimento semiotico e comunicativo).

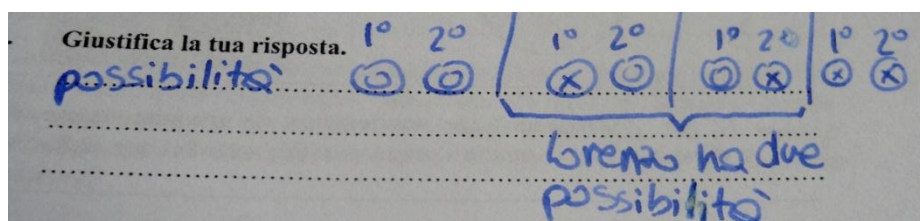


Figura 15. Utilizzo di più registri semiotici: lingua comune, grafico, ...

Fra tutti gli studenti dei corsi A, 5 hanno risolto l'item elencando tutte le situazioni possibili, non limitandosi al registro semiotico della lingua comune; nessuno nei corsi B.

3. Giustificazione nel registro della lingua comune che evidenzia una visione strategico-procedurale

La nozione di probabilità necessaria per rispondere all'item era quella classica del rapporto «casi favorevoli su casi possibili» ma, come testimonia il protocollo seguente, era possibile rispondere al quesito in modo intuitivo senza rifarsi a questo sapere.

«La probabilità non è la stessa, perché al primo lancio Marco e Livia hanno il 50% di probabilità mentre a Lorenzo non cambia se esce testa o croce – il secondo lancio o Marco o Livia è già escluso mentre Lorenzo è ancora in gioco.»

Questo esempio testimonia una immedesimazione dello studente nella situazione proposta: deduce che il gioco non è equo mediante uno studio passo per passo.

Tale analisi è stata fatta da 6 studenti su 85 dei corsi A e da 2 su 47 studenti dei corsi B.

Le categorie possibili che emergono tra chi ha dato una risposta scorretta sono:

- Lettura fisica della moneta in rotazione (tipologia di lancio, peso, rotazione...)

«Perché dipende da quanto si lancia in alto e dalla velocità non si può calcolare se esce testa o croce, devi avere fortuna.»

«Dipende dalla posizione di partenza della moneta (cioè se è molto verso l'alto dalla parte della testa o dalla parte della croce), dato che gira di 180° per le stesse volte.»

Gli studenti analizzano dal punto di vista fisico la moneta in rotazione in aria deducendone che, date le innumerevoli variabili in gioco, è impossibile stabilire come questa cadrà.

8 studenti su 85 dei corsi A e 2 su 47 nei corsi B hanno guardato «fisicamente» l'item.

- Mancanza della formula

«Perché non puoi sapere cosa si deve fare per far uscire testa o croce. Non c'è una formula.»

In questa tipologia di risposta è presente l'idea che la matematica si esaurisca in un insieme di formule da utilizzare a seconda dei casi che si possono verificare. Per questi studenti la matematica esiste solo nella dimensione algoritmico-applicativa dove si manifesta con la presenza di formule da applicare e non nella ricerca di una strategia risolutiva. Questa tipologia si è riscontrata in 4 studenti, 2 dei corsi B e 2 dei corsi A.

- Concetto errato di probabilità

Sono tre le misconcezioni individuabili:

i)

«Se chi tira la moneta non bara, a ogni lancio c'è sempre la stessa possibilità che esca testa o croce.»

Il ragionamento di questo alunno è stato fatto su un lancio di una sola moneta e non su due.

Rientrano in questa categoria 12 studenti su 85 dei corsi A e 10 su 47 dei corsi B.

ii)

«Perché se tiri la moneta due volte sicuramente solo due laveranno i piatti, perché ci sono due possibilità di tirare la moneta, mentre se fossero state tre possibilità allora tutti avrebbero lavato i piatti.»

Qui l'idea dello studente è la seguente: in un gioco con n giocatori e n possibili eventi la probabilità si distribuisce equamente su $2n$ possibilità. Lo si vede anche nel seguente protocollo: *«Hanno tutti il 100/6 di percentuale di vincita»*

Come già aveva evidenziato Fischbein (1975) nelle sue prime ricerche in questo campo, molti studenti sono incapaci di risolvere questioni di probabilità perché non riescono ad attribuire una struttura razionale a una situazione aleatoria, cioè per loro il caso, per sua natura, è un fattore che «uguaglia» le probabilità.

Fra gli 85 studenti dei corsi A questa misconcezione è stata riscontrata in 10 casi, tra i 47 studenti dei corsi B in 6. Tra i 10 studenti dei corsi A, 2 in particolare non sono stati in grado di accettare come singolo evento il lancio simultaneo di due monete. Di conseguenza si sono ritrovati a dover gestire sei diversi ipotetici eventi.

iii)

Nei corsi B 3 studenti su 47 e nei corsi A 2 su 85 argomentano sostenendo che ogni ragazzo ha il 50% di probabilità, andando incontro all'assurdo che la somma delle probabilità dei tre eventi possibili supera l'unità:

«Perché è il 50% che viene testa, il 50% che viene croce e il 50% che viene una volta testa e una volta croce.»

4. Il ruolo del fattore fortuna o destino

«Perché il destino non si può calcolare. Non si può sapere.»

Molti studenti hanno associato la parola destino alla parola probabilità, sostenendo che alla richiesta della situazione non si può rispondere perché non è possibile affermare chi dei tre ragazzi lava i piatti. Il testo però non chiedeva questo. Chiedeva, motivando la risposta, di affermare se tutti avessero o no la stessa probabilità.

Da qui la comparsa dell'effetto fortuna tra le risposte.

«Perché, secondo me, è solo il destino che sceglie, può uscire una testa e una croce, è un po' più probabile, ma potrebbero anche uscire due croci o due teste, perciò tutti hanno la stessa probabilità.»

In questo esempio, a conferma di quanto detto, lo studente ha intuito che la combinazione testa-croce è più probabile ma la contraddice facendo 'vincere' l'elemento destino.

Parole come destino, fortuna e caso sono presenti in 15 prove su 85 per i corsi A e in 6 su 47 per i corsi B.

7.3.2 Analisi dell'item 3 della prova Cantonale

Item 3 – Prova Cantonale

L'item 3 della prova cantonale chiedeva a partire da una figura data (contorno di un vaso) di calcolarne l'area.

Il modo più semplice per individuare l'area della figura era quello di ricavarla come somma tra l'area di un cerchio e l'area rimanente da un quadrato, una volta sottratta l'area di un triangolo e di due settori circolari in esso contenuti.

Le percentuali di riuscita sono state analogamente basse sia per le seconde che per le terze italiane, 23,7% e 29%. Le richieste vertevano infatti sulla conoscenza delle formule del cerchio, parte consistente del programma della classe terza in Svizzera ma più marginale in Italia. La percentuale di non risposta è stata elevata, per le seconde del 56,3% e per le terze del 48,5%. Gli studenti di terza italiani che hanno affrontato l'item hanno commesso più che altro errori di calcolo (26 studenti su 76).

Dal punto di vista degli apprendimenti in matematica invece, è stato interessante notare come alcuni studenti di seconda media fossero consapevoli della strategia da utilizzare ma, non avendo le conoscenze matematiche necessarie per calcolare, poiché ancora il cerchio non era stato affrontato in classe, abbiano scelto di scrivere a parole quali fossero i passi necessari da compiere per arrivare alla soluzione (apprendimento comunicativo e strategico).

Tra le spiegazioni pervenute particolarmente interessanti sono le seguenti:

1. Linguaggio misto con parole della quotidianità

«Ho trovato l'area del quadrato, poi ho tolto le 'fette' in più e le ho aggiunte alla 'pancia' del vaso e poi ho fatto -3»

In questo protocollo lo studente utilizza un linguaggio misto con parole che rientrano nel linguaggio geometrico e altre nel linguaggio della quotidianità come 'fette' e 'pancia', che rendono in parte l'idea del percorso strategico risolutivo che l'alunno intendeva intraprendere. In questa categoria rientrano le risposte date da 2 studenti di seconda su 123.

2. Linguaggio misto con visione procedurale

«Devo calcolare l'area del quadrato e del cerchio, anche quelli più piccoli e poi togliere un pezzo dal quadrato in mezzo più piccolo.»

Nelle poche righe sopra riportate, non sono più presenti termini come 'fette', 'pancia' o 'vaso' che esulano completamente dal registro matematico. Il linguaggio qui impiegato dall'allievo è più specifico, vengono citati in maniera opportuna i termini geometrici riconosciuti in figura (quadrato, cerchio, area, ...). Non è noto il termine 'settore circolare', ma la descrizione del ragionamento seguito è ben presente nella sequenza di azioni da compiere per calcolare l'area

voluta (calcolare, togliere). Un aspetto procedurale è riscontrabile in 3 dei 123 protocolli relativi agli studenti di seconda.

3. Linguaggio matematico e lingua comune

«Calcolo l'area di ABCD (lato per lato)

Calcolo l'area di PCN (base per altezza diviso 2)

Calcolo l'area di PQ (raggio per raggio per 3,14 diviso 4)

Calcolo l'area di NM (raggio per raggio per 3,14 diviso 4)

Calcolo l'area di QM (raggio per raggio per 3,14 diviso 4 per 3)

Area = QM + [ABCD - (PCN + PQ + MN)]»

Risultano interessanti i protocolli di 2 studenti di terza che sentono la necessità di riscrivere ogni formula utilizzata in lingua comune. Nel protocollo precedente l'alunno ha svolto correttamente l'item (dove ha indicato con due lettere maiuscole l'area di settori circolari), ma ha anche scritto per ben cinque volte in lingua comune quello che poteva essere espresso analogamente nel registro algebrico.

4. Approssimazioni e strategie alternative

Tra i diversi percorsi risolutivi il più 'curioso' riscontrato è stato quello di approssimare l'area di un settore circolare con l'area di un triangolo e l'area della figura data con l'area di un quadrato. Hanno compiuto approssimazioni simili 11 alunni di terza su 76.

Interessante è stata la risoluzione di uno studente di terza che ha effettuato una scomposizione alternativa della figura e relazioni tra alcune sue parti e parti del quadrato.

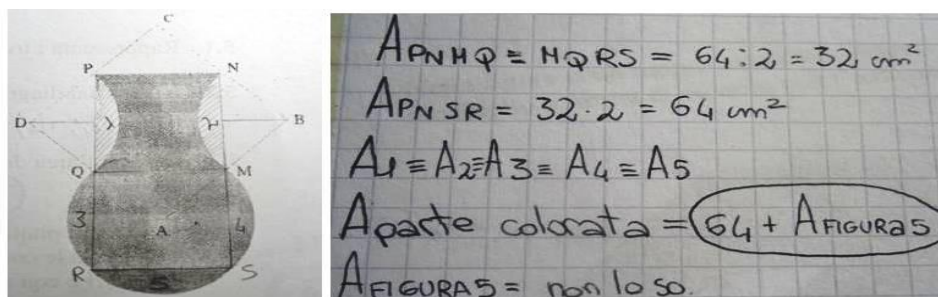


Figura 16. Strategia risolutiva alternativa

Nonostante la buona intuizione, l'allievo si è però bloccato nel calcolo dell'area di un segmento circolare: «Area figura 5 = non lo so».

Nelle classi seconde pochi studenti hanno affrontato l'item e molti di quelli che l'hanno fatto si sono poi fermati dopo aver calcolato l'area del quadrato o tratto immediate considerazioni dalla figura riportata sul fascicolo (48 studenti su 123).

8. I docenti e le prove valutative di tipo esterno

Attraverso l'analisi delle risposte di un questionario per gli insegnanti, che è a disposizione per chi desidera consultarlo, si è cercato di capire come queste prove di valutazione sono

utilizzate all'interno della classe, cosa i docenti ne pensano e come secondo loro lo studente reagisce a prove così diverse rispetto agli abituali compiti di verifica. L'idea generale che se ne è potuto trarre, è stata la seguente: la maggior parte degli insegnanti è a conoscenza delle finalità delle prove e le sfrutta all'interno della classe ma, a volte, nella scala delle loro priorità, l'analisi di un test di valutazione esterna viene scavalcata da altre azioni della quotidianità di classe. Si dedica molto più tempo alla preparazione necessaria per affrontare la prova che alla sua analisi, in Italia in misura maggiore rispetto al Ticino.

Sembra dunque che per alcune classi manchi un momento post-prova, ben pensato e strutturato, che permetta di apprendere o consolidare gli elementi presenti nelle situazioni affrontate. Un momento che potrebbe invece essere importante per aiutare a condurre un'azione didattica mirata al rafforzamento dei punti deboli evidenziati e permetterebbe agli studenti di dare risposta alle domande lasciate in sospeso.

Si può affermare che nel complesso la maggior parte degli insegnanti accetta di buon grado le valutazioni esterne. Di questi però una parte sembra viverle subendole passivamente senza cioè trarne i benefici che potrebbe. Particolare è il caso di molti docenti svizzeri che vedono nelle prove esclusivamente lo strumento che la Divisione Scuola usa per controllare quanto la situazione reale dell'insegnamento-apprendimento si discosta da quella ideale, quanto le conoscenze degli studenti si avvicinano a quelle previste dai Piani di Formazione della scuola media. L'idea della prova di valutazione esterna come mezzo per autoregolarsi nell'azione didattica appare meno diffusa in Ticino. Al contrario in Italia si presenta più spesso il fenomeno di preparazione quasi meccanica e ripetitiva dello studente alla prova. Nel senso che gli studenti in Svizzera vengono preparati sui possibili contenuti dei test e non specificatamente al meccanismo e alla struttura con cui si presentano. Gli insegnanti italiani cercano invece di rendere le prove Invalsi familiari al maggior numero di studenti possibile. A questo proposito bisogna tenere conto che la Prova Cantonale si è dimostrata ordinaria per lo studente italiano, mentre la prova Invalsi in Ticino ha suscitato stupore e piacere perché a risposta chiusa e caratterizzata da tratti nuovi e insoliti. Le prove cantonali hanno un aspetto molto più simile alle prove interne di quanto abbiano invece le prove Invalsi.

Un buon gruppo di insegnanti, quindi, sia in Italia che in Ticino, vede nelle prove di valutazione esterne uno stimolo, una proposta positiva, ma rimane diffusa l'idea che queste abbiano come scopo quello di valutare l'insegnante.

Diversi docenti ticinesi sostengono che gli studenti affrontano i test non dando loro il giusto peso e con il giusto grado di consapevolezza. Per questa ragione, molti docenti per aggirare il problema scelgono di utilizzarli nella valutazione individuale dello studente. In Italia, nel caso della Prova Nazionale, il problema non si presenta perché ogni allievo, dato che la prova contribuisce per 1/7 al voto dell'Esame di Stato, è direttamente interessato a svolgerla al meglio delle sue possibilità. Nel caso di valutazioni condotte in classi diverse dalla terza invece può capitare che i test non vengano ugualmente affrontati con il medesimo impegno.

9. Breve conclusione

La somministrazione incrociata effettuata in questa ricerca, per quanto limitata a un campione di studenti modesto, ha consentito di cogliere alcune informazioni sui tipi di valutazione esterna adottati in entrambi i paesi e su alcune difficoltà riscontrate dagli allievi. L'analisi ha fatto emergere punti di forza per l'uno e l'altro paese, ma anche alcune debolezze. In generale, il Ticino, realtà più piccola e ricca, ha avuto percentuali di successo globalmente migliori rispetto a quelle italiane per i corsi A e globalmente inferiori per i corsi B.

Rimangono però anomale, per il Cantone, alcune prove dei corsi B, risultate migliori di certe dei corsi A.

Un'indagine successiva potrebbe essere quella di andare a indagare se ci sono modalità o strategie di insegnamento di successo per apprendimenti in cui il Ticino si è rivelato più forte dell'Italia e viceversa o se modificando l'azione didattica degli insegnanti si ha una modifica nei risultati. Si è visto infatti che non solo la lingua, la cultura e le tradizioni sono simili, ma anche alcune difficoltà che si incontrano negli ultimi anni del segmento medio. Difficoltà vissute da un numero molto più consistente di studenti italiani che ticinesi.

Dalle interviste realizzate agli insegnanti è emerso che gli italiani sono più aperti, favorevoli e uniti nel sostenere le valutazioni esterne, ma divisi nel modo di utilizzarle e sfruttarle in classe. In Ticino, al contrario, il corpo docente è costituito da due opposti schieramenti: «nuovi» insegnanti favorevoli a sperimentazioni e prove di valutative esterne e insegnanti in servizio da molti anni ancorati all'idea della valutazione esclusiva del docente. Riteniamo importante un'azione specifica sui docenti per consentire una rivalutazione didattica delle valutazioni esterne.

In effetti, siamo convinti che ogni paese abbia bisogno di questo tipo di valutazione e di questo tipo di confronti se vuole investire su un'istruzione di qualità. Attraverso le valutazioni esterne è infatti possibile avere un'immagine riflessa del sistema di istruzione e, attraverso il confronto, guardare questa immagine in modo ancora più ragionato e consapevole: «una carenza di cultura della valutazione può penalizzare nei confronti internazionali. La sua priorità non è quella di punire o premiare. La valutazione ci consente di guardarci oggettivamente per misurare i punti di forza e debolezza e poi migliorare».¹³

La tematica della valutazione e del monitoraggio del proprio sistema di istruzione sta diventando per questo sempre più importante in entrambi gli Stati. Il processo è però ancora in una fase di assestamento tra le varie parti coinvolte: istituzioni, insegnanti, studenti, società, ... per questo occorre rifletterci con sempre maggiore forza e consapevolezza.

La valutazione esterna, per quanto spesso si sostenga non necessaria, si conferma l'unica che permette la pianificazione di azioni di intervento ad ampio raggio e che fornisce un valore aggiunto alla qualità dell'istruzione dei vari paesi.

Bibliografia

- Domenici G. (2007). *Manuale della valutazione scolastica*. Roma: Editori Laterza.
- Fandiño Pinilla M. I. (2002). *Curricolo e valutazione in matematica*. Bologna: Pitagora.
- Fandiño Pinilla M. I. (2008). *Molteplici aspetti dell'apprendimento della matematica*. Trento: Erickson.
- Fandiño Pinilla M. I. (2010). *Valutare un apprendimento matematico*. In: D'Amore B. (2010). *Matematica: didattica e avventura*. Numero speciale monografico di Vita Scolastica. 64, 18, 19-21. Firenze: Giunti.
- Fischbein E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht (Olanda): D. Reidel Publishing Company.
- Martini B., Sbaragli S. (2005). *Insegnare e apprendere la matematica*. Napoli: Tecnodid.
- Pianigiani O. (2002). *Vocabolario etimologico della Lingua Italiana*. Firenze: Ariani.
- Vergani A. (2002). *La valutazione esterna delle istituzioni scolastiche e formative: alcune considerazioni introduttive*, AIV- Associazione Italiana di Valutazione.

¹³ Dichiarazione del Ministro dell'Istruzione italiano F. Profumo, 9 maggio 2012, <http://www.orizzontescuola.it/news/e-guerra-sul-test-invalsi-interviene-il-ministro>

Vertecchi B. (1995). *Decisione didattica e valutazione*. Firenze: La nuova Italia.